

全方向康复步行训练机器人具有死区补偿的反步有限时间控制

孙平, 丁雨姗

(沈阳工业大学信息科学与工程学院, 110870, 沈阳)

摘要: 为了解决死区影响全方向康复步行训练机器人系统的跟踪精度问题,提出了一种具有死区补偿的反步有限时间控制方法。考虑系统的未知死区,利用自适应方法估计死区宽度,获得死区信息并对其进行补偿,从而有效抑制了死区对系统跟踪性能的影响,避免了系统发生极限环振荡。为了防止机器人初始运动阶段产生较大的跟踪误差而影响康复者的安全,提出了反步有限时间控制方法,确保跟踪误差系统在有限时间内达到稳定。基于 Lyapunov 有限时间稳定理论,给出了误差系统的稳定条件及稳定时间。与速度和加速度同时约束的控制方法进行了仿真和实验对比,结果表明:所提的控制器设计方法可使系统的跟踪误差在大约 8 s 后趋向于 0,机器人在有限时间内实现了对指定轨迹的稳定跟踪,解决了速度和加速度同时约束的控制方法不能使机器人稳定地跟踪训练轨迹、无法解决系统死区的问题;所提的有限时间控制方法能使系统误差快速收敛,有效解决了死区对系统性能的影响,提高了机器人的跟踪精度和安全性。

关键词: 全方向康复步行训练机器人;死区补偿;反步有限时间控制;跟踪精度

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtub202007001 **文章编号:** 0253-987X(2020)07-0001-08



OSID 码

Backstepping Finite-Time Control with Dead-Zone Compensation for Omnidirectional Rehabilitative Training Walker

SUN Ping, DING Yushan

(School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: To solve the problem of the dead zone characteristics affecting the tracking accuracy of the system for rehabilitation training walker, a backstepping finite-time control method with dead zone compensation is correspondingly proposed. Taking the unknown dead zone of the system into account, the width of the dead zone is estimated with the adaptive method to obtain information in the dead zone and compensate the dead zone, thus effectively suppressing the influence of the dead zone on the tracking performance of the system and avoiding the limit cycle oscillation of the system. In addition, to prevent the large tracking error during the initial motion of the walker endangering the safety of the rehabilitee, a backstepping finite-time control method is proposed to ensure that the tracking error remains stable within a limited period. Following Lyapunov finite-time stability theory, the stability conditions and stability time of the error system are obtained. For the control method of simultaneous constraint of speed and acceleration, simulation and experiment were comparatively performed. The results show that the tracking

收稿日期: 2019-12-11。 作者简介: 孙平(1974—),女,教授,博士生导师。 基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2016 YFD0700104);辽宁省自然科学基金资助项目(2019-ZD-0203);辽宁省自然科学基金基础研究资助项目(LJGD2019017)。

网络出版时间: 2020-03-19

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20200318.1540.004.html>

error of the system with the proposed controller tends to zero after about 8 s, and the walker completes stable tracking for the specified trajectory within a limited time. However, in the control method where speed and acceleration are constrained simultaneously, the walker cannot stably track the training trajectory, and the dead zone difficulty of the system remains unsolved. With this proposed finite-time control method, the system error converges quickly, the effect of the dead zone characteristics on the system performance is effectively eliminated, and the tracking performance and safety of the rehabilitation training walker are improved.

Keywords: omnidirectional rehabilitative training walker; dead-zone compensation; backstepping finite-time control; tracking accuracy

随着高龄人口的增多,康复步行训练机器人得到了快速发展^[1-3]。康复步行训练机器人通常需要跟踪医生指定的轨迹帮助患者进行步行训练,近年来研究者们提出了多种跟踪控制方法,如模糊自适应控制^[4]、鲁棒控制^[5]、阻抗控制^[6]等。然而,这些方法均没有考虑死区对系统跟踪性能的影响。

实际上,由于驱动器或传感器等物理器件对某些小信号不灵敏,使得机器人系统存在死区。死区是影响系统动态性能和稳态精度的重要因素,甚至可能使系统发生极限环振荡^[7-8]。目前,关于系统死区问题已经得到了一些研究成果:文献[9]针对参数已知的死区,提出了一种自适应控制方法,补偿了死区对系统性能的影响;文献[10]利用死区模型,设计了状态反馈控制器,但当死区参数发生变化时,会使系统的伺服性能受到一定影响;文献[11]提出了反步控制方法,抑制了参数对称的死区对系统性能的影响。然而,关于死区参数变化的情形,相关研究较少。

康复步行训练机器人不同于一般的机械系统,康复者位于闭环系统中,保证康复者的安全至关重要。对于康复步行训练机器人系统,死区不仅恶化了跟踪精度,还会导致过大的跟踪误差,使机器人碰撞周围的障碍物。此外,发生极限环振荡会使人机运动不协调,严重威胁康复者的安全。因此,解决康复步行训练机器人的死区问题具有重要意义。

目前,有关康复步行训练机器人的控制大多解决的是渐近跟踪问题,渐近稳定的系统状态会随时间增加趋向平衡点,这样可能会导致机器人在暂态阶段产生较大的跟踪误差,从而碰撞周围的物体。因此,为提高机器人的安全性,在有限时间内使系统收敛至平衡点是必不可少的。与渐近稳定控制技术相比,有限时间稳定控制具有更快的响应速度、更高的跟踪精度和更好的干扰抑制能力^[12]。近年来,有限时间控制不仅解决了高阶非线性系统的稳定问题,而且在实际应用中也达到了满意的有限时间跟

踪性能^[13]。文献[14]设计了一种不确定机器人有限时间控制器,利用自适应神经网络来近似系统的结构不确定性,并进行补偿使闭环系统在有限时间内稳定到平衡点。文献[15]提出了机器人系统的鲁棒有限时间控制方法,通过引入辅助滤波变量获得参数估计误差,基于误差得到自适应率,并利用滑模技术使系统实现有限时间内收敛。文献[16]针对具有执行器故障的不确定机器人,通过在线估计故障信息提出了一种鲁棒自适应有限时间容错控制方法,使系统实现了强鲁棒性和快速有限时间稳定性。然而,这些文献都没有考虑不确定的死区对系统跟踪性能的影响。

有鉴于此,本文针对一种全方向康复步行训练机器人(ODW)^[17],研究了具有死区补偿的反步有限时间控制方法。针对系统未知死区,提出了死区宽度自适应估计方法,获得了死区信息,抑制了死区对系统跟踪性能的影响。在此基础上,提出了一种反步有限时间控制方法,并基于 Lyapunov 理论验证了跟踪误差系统的有限时间稳定性。通过仿真和实验,验证了本文方法的有效性和优越性。

1 全方向康复步行训练机器人动力学模型

ODW 的结构坐标如图 1 所示。ODW 系统的动力学模型^[17]为

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{B}(\theta) \mathbf{u}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} M+m & 0 & p(M+m) \\ 0 & M+m & q(M+m) \\ 0 & 0 & I_0 + mr_0^2 \end{bmatrix}$$

$$p = \frac{1}{2}[(\lambda_1 - \lambda_3)\sin\theta + (\lambda_2 - \lambda_4)\cos\theta]$$

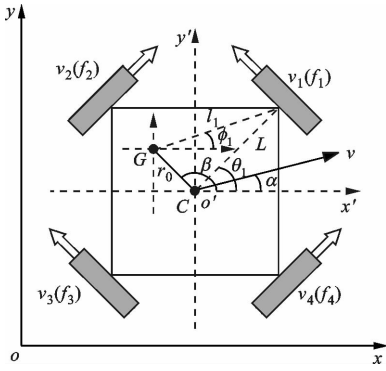


图1 ODW的结构坐标

$$q = \frac{1}{2}[(\lambda_2 - \lambda_4)\sin\theta - (\lambda_1 - \lambda_3)\cos\theta]$$

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{p}(M+m) \\ 0 & 0 & \dot{q}(M+m) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 & \sin\theta_2 & \sin\theta_3 & -\sin\theta_4 \\ \cos\theta_1 & -\cos\theta_2 & -\cos\theta_3 & \cos\theta_4 \\ \lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 & \lambda_4 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = l_1 \cos(\theta_1 - \phi_1); \lambda_2 = l_2 \cos(\theta_2 - \phi_2)$$

$$\lambda_3 = l_3 \cos(\theta_3 - \phi_3); \lambda_4 = l_4 \cos(\theta_4 - \phi_4)$$

$$\mathbf{u}(t) = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4]^T$$

式中: $\mathbf{X}(t)$ 表示 ODW 运动位置; $\mathbf{u}(t)$ 表示控制输入力; M 和 m 分别表示 ODW 和康复者的质量; I_0 和 mr_0^2 分别表示 ODW 和康复者的转动惯量。令 $\theta = \theta_1$, 由机器人结构可知 $\theta_2 = \theta_1 + \frac{\pi}{2}$, $\theta_3 = \theta_2 + \frac{\pi}{2}$, $\theta_4 = \theta_3 + \frac{\pi}{2}$ 。

文献[18]建立了 ODW 运动学模型,并得到了各轮运动速度之间的约束关系 $v_1 + v_2 = v_3 + v_4$, 由此可知 ODW 具有一个冗余自由度,即式(1)系统中的 4 个控制输入力只有 3 个是独立的,于是令 $f_4 = f_2$, 得到

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{X}}(t) = \bar{\mathbf{B}}(\theta) \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

$$\text{式中: } \bar{\mathbf{B}}(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin\theta & 2\cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\theta & 2\sin\theta & \cos\theta \\ \lambda_1 & \lambda_4 - \lambda_2 & -\lambda_3 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}。$$

ODW 由于受到死区的影响,当输入信号进入死区作用范围时,会有一部分损失,这样将导致控制出现较大的偏差,从而使系统跟踪性能下降。因此,

应分析系统的死区特性,并进行补偿。

2 反步有限时间控制器设计

2.1 全方向康复步行训练机器人死区特性分析

考虑 ODW 不对称死区的模型为

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_d - \text{sat}(\boldsymbol{\tau}_d) \quad (3)$$

式中 $\text{sat}(\boldsymbol{\tau}_d) = [\text{sat}_1(\tau_{d1}) \ \text{sat}_2(\tau_{d2}) \ \text{sat}_3(\tau_{d3})]^T$, sat 函数的表达式为

$$\text{sat}_j(\tau_{dj}) = \begin{cases} d_{j+}, & \tau_{dj} \geq d_{j+} \\ \tau_{dj}, & -d_{j-} < \tau_{dj} < d_{j+} \\ -d_{j-}, & \tau_{dj} \leq -d_{j-} \end{cases} \quad (4)$$

设 ODW 控制力死区输入为 $\boldsymbol{\tau}_d = [\tau_{d1} \ \tau_{d2} \ \tau_{d3}]^T$, 死区输出为 $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$, 未知死区宽度 $\mathbf{D} = [d_+ \ d_-]^T$, $d_+ = \text{diag}(d_{1+}, d_{2+}, d_{3+})$, $d_- = \text{diag}(d_{1-}, d_{2-}, d_{3-})$, 且 $d_{j+} > 0$ 和 $d_{j-} > 0$ 分别表示有界死区的左右端点, $j=1, 2, 3$ 。为了抑制死区对 ODW 跟踪性能的影响,设计具有补偿形式的 $\boldsymbol{\tau}_d$ 为

$$\boldsymbol{\tau}_d = \bar{\mathbf{u}}(t) + \hat{\mathbf{D}}^T \bar{\boldsymbol{\mu}} \quad (5)$$

式中: $\hat{\mathbf{D}} = [\hat{d}_+ \ \hat{d}_-]^T$ 表示未知死区宽度 $\mathbf{D}$ 的估计值,将在 2.3 节中进行具体设计; $\bar{\mathbf{u}}(t)$ 表示进入死区前的系统输入, $\bar{\boldsymbol{\mu}} = [\mu_1 \ \mu_2 \ \mu_3 \ \mu_1 - 1 \ \mu_2 - 1 \ \mu_3 - 1]^T$, μ_j 的表达式为

$$\mu_j = \begin{cases} 1, & \bar{u}_j \geq 0 \\ 0, & \bar{u}_j < 0 \end{cases} \quad (6)$$

进一步地,根据式(3)死区模型和式(5),得到作用于 ODW 的输入力 $\boldsymbol{\tau}$ 为

$$\boldsymbol{\tau} = \bar{\mathbf{u}}(t) + \hat{\mathbf{D}}^T \bar{\boldsymbol{\mu}} - \text{sat}(\bar{\mathbf{u}}(t) + \hat{\mathbf{D}}^T \bar{\boldsymbol{\mu}}) = \bar{\mathbf{u}}(t) - \tilde{\mathbf{D}}^T \bar{\boldsymbol{\mu}} + \tilde{\mathbf{D}}^T \boldsymbol{\delta} \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\delta}$ 表示式(3)死区模型与 ODW 实际死区之间的偏差,且有 $\|\boldsymbol{\delta}\|_F \leq \sqrt{n}$ (n 表示控制输入力的数量, $n=3^{[19]}$); $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{D} - \hat{\mathbf{D}}$ 表示死区宽度估计误差。

2.2 控制器设计

本文研究的主要目的是设计具有死区补偿的有限时间控制器,使 ODW 实际运行轨迹 $\mathbf{X}(t)$ 在有限时间内跟踪指定的训练轨迹 $\mathbf{X}_d(t)$, 从而避免暂态阶段中过大的跟踪误差影响康复者的安全,同时抑制死区对系统跟踪性能的影响,提高跟踪精度。定义轨迹跟踪误差和速度跟踪误差分别为 $\mathbf{e}(t) = \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}_d(t)$, $\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{X}}(t) - \dot{\mathbf{X}}_d(t)$, 并且定义 sig^α 函数为

$$\text{sig}^\alpha(\mathbf{y}) = [|y_1|^\alpha \text{sgn}(y_1), \dots, |y_n|^\alpha \text{sgn}(y_n)]^T \quad (8)$$

式中: $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_n]^T \in \mathbf{R}^n$; $0 < \alpha < 1$ 。

令 $\mathbf{x}_1 = \mathbf{e}(t)$, $\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{x}}_1 = \dot{\mathbf{e}}(t)$, 则式(2)模型可表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= -\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{M}_1^{-1} \bar{\mathbf{B}}(\theta) \boldsymbol{\tau} - \ddot{\mathbf{X}}_d(t) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

为了保证系统在有限时间内达到稳定, 引入引理如下。

引理 1^[20] 对于非线性系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1), \mathbf{f}(\mathbf{0}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}, \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, \mathbf{u}_1 \in \mathbf{R}^m \quad (10)$$

如果存在一个原点的邻域 $U \in \mathbf{R}^n$ 上的函数 $V(\mathbf{x})$ 是正则和 C^1 光滑的, 且同时存在实数 $0 < \mu < 1$ 和 $c > 0$, 使 $\dot{V}(\mathbf{x}) + cV^\mu(\mathbf{x}) \leq 0, \forall \mathbf{x} \in U \setminus \{\mathbf{0}\} (\setminus \{\mathbf{0}\})$ 表示除 $\mathbf{0}$ 以外) 成立, 则式(10)系统是全局有限时间稳定的, 且在初始状态 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ 条件下的停息时间为

$$T_x(\mathbf{x}_0) \leq \frac{V^{1-\mu}(\mathbf{x}_0)}{c(1-\mu)} \quad (11)$$

接下来, 基于反步方法设计有限时间控制器。引入辅助量 $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_1) \in \mathbf{R}^n$, 且 $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ 。定义误差 $\mathbf{z} = \mathbf{x}_2 - \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_1)$, 则式(9)可表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} &= -\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{M}_1^{-1} \bar{\mathbf{B}}(\theta) \boldsymbol{\tau} - \dot{\boldsymbol{\varphi}}(\mathbf{x}_1) - \ddot{\mathbf{X}}_d(t) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

定义 Lyapunov 函数 V_1 为

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_1 \quad (13)$$

沿式(12)系统求导数, 可得

$$\dot{V}_1 = \mathbf{x}_1^T \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_1^T (\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{z}) \quad (14)$$

令辅助量 $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_1) \in \mathbf{R}^n$ 满足

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_1) = -\mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) \quad (15)$$

式中 $\mathbf{L}_1 = \text{diag}(l_{11}, l_{12}, l_{13}), l_{1g} > 0, g = 1, 2, 3$ 。将式(15)代入式(14), 可得

$$\dot{V}_1 = -\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) + \mathbf{x}_1^T \mathbf{z} \quad (16)$$

且有

$$\begin{aligned} -\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) &= -\sum_{g=1}^3 l_{1g} |x_{1g}|^{1+\alpha} \leq \\ &= -\tilde{l}_1 \left(\frac{1}{2} \sum_{g=1}^3 x_{1g}^2 \right)^{\frac{1+\alpha}{2}} = -\tilde{l}_1 V_1^{\frac{1+\alpha}{2}} \end{aligned} \quad (17)$$

式中 $\tilde{l}_1 = 2^\mu l_{1\min}, l_{1\min} = \min\{l_{1g}\}, \mu = \frac{1+\alpha}{2}, \frac{1}{2} < \mu < 1$ 。

进一步定义 Lyapunov 函数 V_2 为

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{z} + V_1 \quad (18)$$

沿式(12)系统对 V_2 求导, 并将式(14)代入, 可得

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \mathbf{z}^T \dot{\mathbf{z}} =$$

$$\begin{aligned} & -\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) + \mathbf{x}_1^T \mathbf{z} + \mathbf{z}^T [-\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{X}}(t) + \\ & \mathbf{M}_1^{-1} \bar{\mathbf{B}}(\theta) \boldsymbol{\tau} - \dot{\boldsymbol{\varphi}}(\mathbf{x}_1) - \ddot{\mathbf{X}}_d(t)] = \\ & -\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) + \mathbf{z}^T [\mathbf{x}_1 - \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{X}}(t) + \\ & \mathbf{M}_1^{-1} \bar{\mathbf{B}}(\theta) \boldsymbol{\tau} - \dot{\boldsymbol{\varphi}}(\mathbf{x}_1) - \ddot{\mathbf{X}}_d(t)] \end{aligned} \quad (19)$$

设计 ODW 系统控制输入力 $\boldsymbol{\tau}$ 为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \bar{\mathbf{B}}(\theta)^{-1} \mathbf{M}_1 (\ddot{\mathbf{X}}_d(t) + \dot{\boldsymbol{\varphi}}(\mathbf{x}_1) - \mathbf{x}_1 - 2\mathbf{L}_2 \text{sig}^\alpha(\mathbf{z}) + \\ & \hat{\mathbf{z}}^T \text{tr}(\tilde{\mathbf{D}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}) + \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{X}}(t)) - \tilde{\mathbf{D}}^T \boldsymbol{\mu} + \tilde{\mathbf{D}}^T \boldsymbol{\delta} \end{aligned} \quad (20)$$

式中: $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_6), r_\beta > 0, \beta = 1, 2, \dots, 6$; $\mathbf{L}_2 = \text{diag}(l_{21}, l_{22}, l_{23}), l_{2g} > 0$; $\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{z}^T (\mathbf{z} \mathbf{z}^T)^{-1}$ 为 $\mathbf{z}$ 的伪逆矩阵。

在式(20)中, 为了避免 $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_1)$ 的导数产生奇异, 对导数进行修正。修正后的 $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_1)$ 导数为

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}_g(\mathbf{x}_1) = \begin{cases} -l_{1g} \alpha |x_{1g}|^{\alpha-1} \dot{x}_{1g}, & x_{1g} \neq 0 \text{ 且 } \dot{x}_{1g} \neq 0 \\ -l_{1g} \alpha |\Delta_g|^{\alpha-1} \dot{x}_{1g}, & x_{1g} = 0 \text{ 且 } \dot{x}_{1g} \neq 0 \\ 0, & \dot{x}_{1g} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

式中: x_{1g} 为 3 行 1 列矩阵 $\mathbf{x}_1$ 的第 g 行元素; $0.6 < \alpha < 0.8$; Δ_g 为任意选取的很小正数。

2.3 死区宽度估计及有限时间稳定性分析

由于式(20)控制器中含有未知项 $\tilde{\mathbf{D}}$, 无法进行实际应用, 因此将对 $\tilde{\mathbf{D}}$ 进行自适应估计, 同时证明式(20)控制器可使式(12)误差系统有限时间稳定。

定理 1 对于式(20)控制器, 设计死区宽度自适应率为

$$\dot{\hat{\mathbf{D}}} = -\dot{\tilde{\mathbf{D}}} = -\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\mu} \mathbf{z}^T - k \boldsymbol{\Gamma} \hat{\mathbf{D}} \|\mathbf{z}\|_F \quad (22)$$

式中 $k > 0$ 。如果存在死区宽度的上界 D_M , 且满足

$$D_M \leq \left(\sqrt[4]{4 \left(\frac{1}{2} \right)^\mu k \tilde{l}_2 \|\mathbf{z}\|_F^{\frac{2}{\mu-1}} - \sqrt{3}} \right) / k, \text{ 则式(20)控}$$

制器可使式(12)误差系统有限时间稳定。

证明 将式(20)控制器代入式(19)可得

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \mathbf{z}^T \dot{\mathbf{z}} = -\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) - 2\mathbf{z}^T \mathbf{L}_2 \text{sig}^\alpha(\mathbf{z}) +$$

$$\mathbf{z}^T (\tilde{\mathbf{D}}^T \boldsymbol{\delta} - \tilde{\mathbf{D}}^T \boldsymbol{\mu}) + \text{tr}(\tilde{\mathbf{D}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{D}}}) = -\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) -$$

$$2\mathbf{z}^T \mathbf{L}_2 \text{sig}^\alpha(\mathbf{z}) + \text{tr}(\tilde{\mathbf{D}}^T ((\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\mu}) \mathbf{z}^T + \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{D}}})) =$$

$$-\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) - 2\mathbf{z}^T \mathbf{L}_2 \text{sig}^\alpha(\mathbf{z}) + \text{tr}(\tilde{\mathbf{D}}^T (\boldsymbol{\delta} \mathbf{z}^T +$$

$$k(\mathbf{D} - \tilde{\mathbf{D}}) \|\mathbf{z}\|_F) \leq -\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) -$$

$$2\mathbf{z}^T \mathbf{L}_2 \text{sig}^\alpha(\mathbf{z}) + \sqrt{3} \|\tilde{\mathbf{D}}\|_F \|\mathbf{z}\|_F +$$

$$k D_M \|\tilde{\mathbf{D}}\|_F \|\mathbf{z}\|_F - k \|\tilde{\mathbf{D}}\|_F^2 \|\mathbf{z}\|_F =$$

$$-\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) - 2\mathbf{z}^T \mathbf{L}_2 \text{sig}^\alpha(\mathbf{z}) - (-c_0 \|\tilde{\mathbf{D}}\|_F +$$

$$k \|\tilde{\mathbf{D}}\|_F^2) \|\mathbf{z}\|_F \leq -\mathbf{x}_1^T \mathbf{L}_1 \text{sig}^\alpha(\mathbf{x}_1) - \mathbf{z}^T \mathbf{L}_2 \text{sig}^\alpha(\mathbf{z}) -$$

$$\left[\left(\frac{1}{2} \right)^\mu \tilde{l}_2 \|\mathbf{z}\|_F^{\frac{2}{\mu-1}} - c_0 \|\tilde{\mathbf{D}}\|_F + k \|\tilde{\mathbf{D}}\|_F^2 \right] \|\mathbf{z}\|_F \quad (23)$$

在式(23)中,令 $\sqrt{3} \|\tilde{\mathbf{D}}\|_{\text{F}} \|\mathbf{z}\|_{\text{F}} + kD_{\text{M}} \|\tilde{\mathbf{D}}\|_{\text{F}} \cdot \|\mathbf{z}\|_{\text{F}} = c_0 \|\tilde{\mathbf{D}}\|_{\text{F}} \|\mathbf{z}\|_{\text{F}}$,进一步整理可得 $c_0 = \sqrt{3} + kD_{\text{M}}$ 。由于 $D_{\text{M}} \leq \left(\sqrt{4 \left(\frac{1}{2} \right)^{\mu} k \bar{l}_2 \|\mathbf{z}\|_{\text{F}}^{2\mu-1} - \sqrt{3}} \right) / k$,从而可得

$$k \|\tilde{\mathbf{D}}\|_{\text{F}}^2 - c_0 \|\tilde{\mathbf{D}}\|_{\text{F}} + \left(\frac{1}{2} \right)^{\mu} \bar{l}_2 \|\mathbf{z}\|_{\text{F}}^{2\mu-1} > 0 \quad (24)$$

于是则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\mathbf{x}_1^{\text{T}} \mathbf{L}_1 \text{sig}^{\alpha}(\mathbf{x}_1) - \mathbf{z}^{\text{T}} \mathbf{L}_2 \text{sig}^{\alpha}(\mathbf{z}) \leq \\ &-\bar{l}_1 V_1^{\mu} - \bar{l}_2 \left(\frac{1}{2} \sum_{g=1}^3 z_g^2 \right)^{\mu} \leq -\bar{l} V_2^{\mu} \end{aligned} \quad (25)$$

式中: $\bar{l}_2 = 2^{\mu} l_{2\min}$, $l_{2\min} = \min\{l_{2g}\}$; $\bar{l} = \min\{\bar{l}_1, \bar{l}_2\}$ 。根

据引理 1 可知,由式(22)自适应率实现的式(20)控制器可使式(12)系统在有限时间内达到稳定。证毕。

进一步地,可知系统在初始状态下的调整时间为

$$T_2(x) \leq \frac{V_2^{1-\mu}(x_0)}{\bar{l}(1-\mu)} \quad (26)$$

经过死区补偿的控制输入 τ_d 进入具有死区的 ODW 系统后,得到作用于系统的控制输入力 τ 。由定理 1 的证明可知,式(20)控制器有效抑制了死区对系统跟踪性能的影响,并且在有限时间内可保证系统收敛至平衡点。本文系统控制结构框图如图 2 所示。

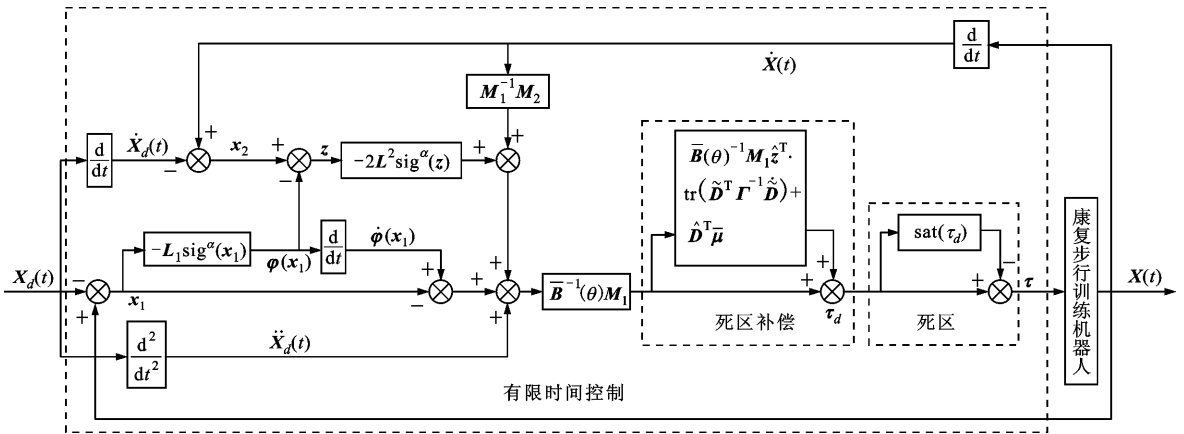


图 2 本文系统控制结构框图

3 仿真结果

为了验证本文控制方法的有效性,对医生指定的直线训练轨迹 $\mathbf{X}_d(t)$ 进行了跟踪。训练轨迹 $\mathbf{X}_d(t)$ 的 3 个参数为 x 轴位置坐标 $x_d(t) = 10(1 - e^{-0.5t})$, y 轴位置坐标 $y_d(t) = 10(1 - e^{-0.5t})$,方向角 $\theta_d(t) = \pi/4$ 。在仿真中,ODW 初始运动位置 $\mathbf{x}_0 = [0 \ 0 \ \pi/5]^{\text{T}}$,偏差 $\boldsymbol{\delta} = [0.25 \ 0.25 \ 0.25 \ 0.25 \ 0.25 \ 0.25]^{\text{T}}$,死区宽度参数 $\mathbf{d}_+ = \mathbf{d}_- = \text{diag}(6, 6, 6)$,控制器参数 $\alpha = 0.7$, $\mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2 = \text{diag}(10, 10, 10)$, $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(2, 2, 2, 2, 2, 2)$, $k = 0.2$ 。ODW 物理参数如下: $M = 58 \text{ kg}$, $L = 0.4 \text{ m}$, $I_0 = 27.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $m = 60 \text{ kg}$, $r_0 = 0.16 \text{ m}$, $\beta = \pi/4 \text{ rad}$ 。

为了说明本文提出的具有死区补偿有限时间控制方法的有效性,与文献[21]方法进行仿真对比。文献[21]方法仅考虑了具有速度和加速度同时约束的轨迹跟踪控制(简称为同时约束控制),忽略了系统死区对跟踪性能的影响。将文献[21]的控制器应用于本文式(3)具有死区模型的 ODW,并与本文具

有死区补偿的有限时间控制进行仿真对比,结果如图 3~7 所示。

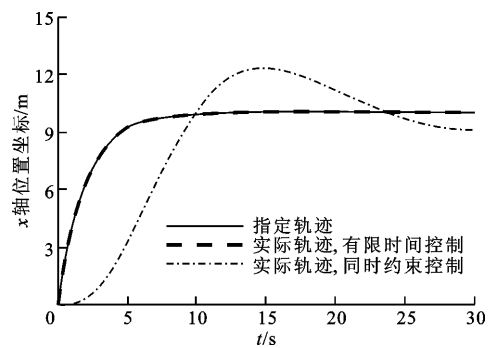


图 3 x 轴轨迹跟踪曲线仿真结果

从图 3~5 可以看出,有限时间控制能有效抑制死区对系统跟踪性能的影响,同时约束控制不能使 ODW 实现轨迹跟踪。从图 6 可以看出:有限时间控制能使系统在有限时间内快速收敛至平衡点,避免了暂态运动阶段过大的跟踪误差,保障了康复者的安全;同时约束控制使系统存在过大的跟踪误差,ODW 可能碰撞周围的障碍物。从图 7 可以看出:

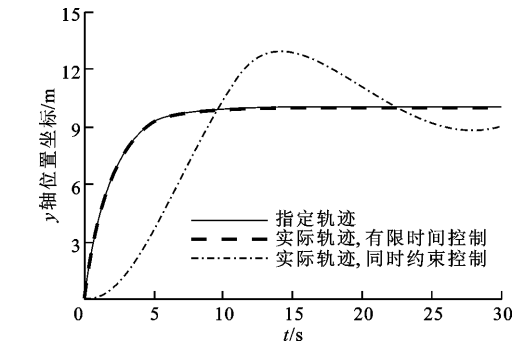


图 4 y 轴轨迹跟踪曲线仿真结果

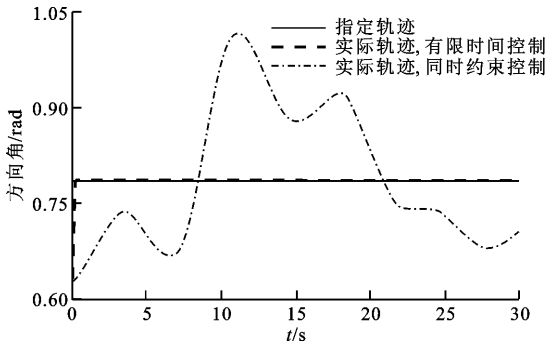


图 5 方向角轨迹跟踪曲线仿真结果

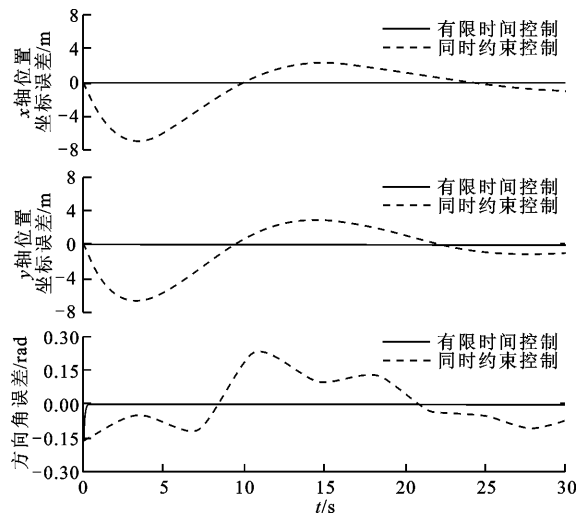


图 6 轨迹跟踪误差曲线仿真结果

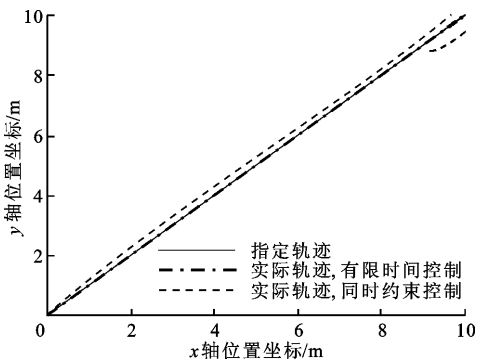


图 7 路径跟踪曲线仿真结果

有限时间控制使 ODW 能精确跟踪医生指定的训练路径;同时约束控制使 ODW 运动一段时间后,偏离了医生指定的直线训练路径进行曲线运动,这样会导致人机运动不协调。为了进一步说明本文方法的优越性,将式(20)控制器应用于文献[21],仿真结果图 8~10 所示。

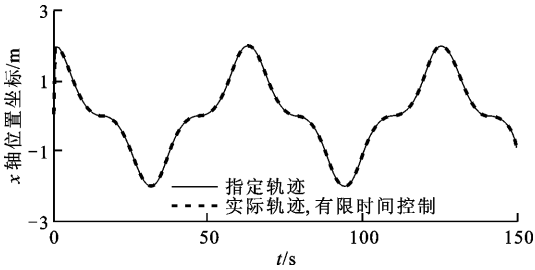


图 8 文献[21]应用本文控制器后的 x 轴轨迹跟踪曲线

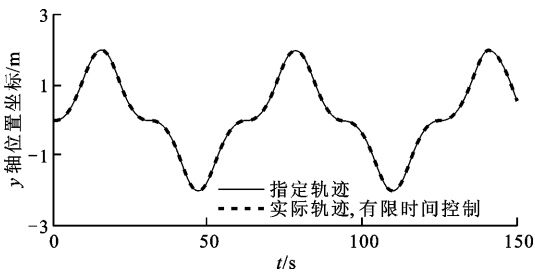


图 9 文献[21]应用本文控制器后的 y 轴轨迹跟踪曲线

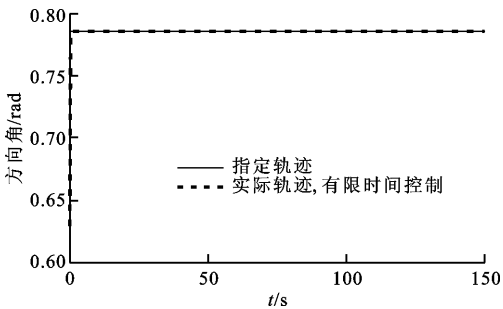


图 10 文献[21]应用本文控制器后的方向角轨迹跟踪曲线

从图 8~10 可以看出,系统能够对指定轨迹进行稳定跟踪,表明本文设计的式(20)控制器能够有效抑制死区对系统跟踪性能的影响。同时,ODW 能在有限时间内跟踪指定的轨迹,避免了暂态运动阶段中过大的跟踪误差,保障了康复者的安全。

由本节仿真结果可知,为了提高系统的跟踪精度和安全性,死区因素应被重点考虑。同时,为了避免暂态运动阶段中过大的跟踪误差威胁康复者的安全,确保系统在有限时间内实现稳定跟踪也是必不可少的。

4 实验结果

为了进一步验证本文方法的有效性,对 ODW 进行了实验研究,实验环境如图 11 所示。

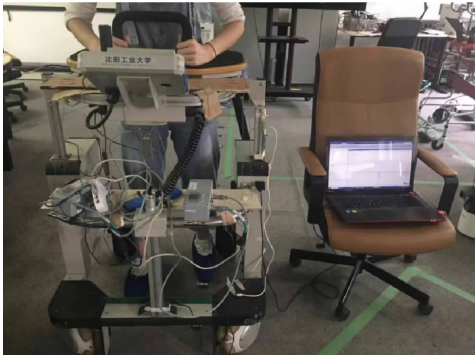


图 11 实验环境

ODW 运动机构由 4 个直流电机驱动,康复者由前臂扶板支撑身体,可选择医生指定的运动模式步行训练。ODW 利用摄像头实时采集运动信息,通过串口反馈给控制器,系统依据控制算法抑制死区对跟踪性能的影响,并在有限时间内实现对训练轨迹的精确跟踪。为进行对比研究,将文献[21]中的控制器也应用于实际的 ODW。ODW 训练轨迹、各参数设置及物理参数与第 3 节相同,实验对比结果如图 12~16 所示。

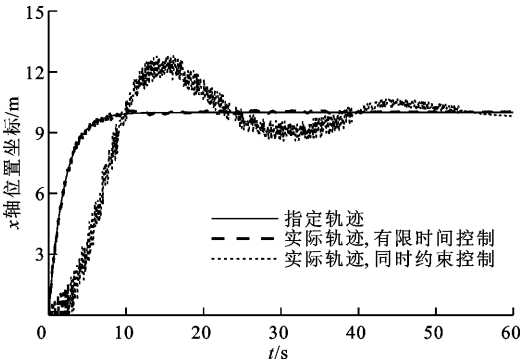


图 12 x 轴轨迹跟踪曲线实验结果

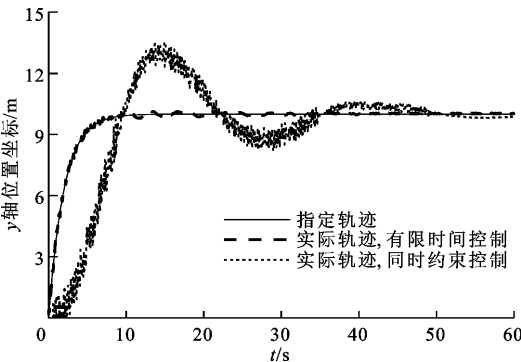


图 13 y 轴轨迹跟踪曲线实验结果

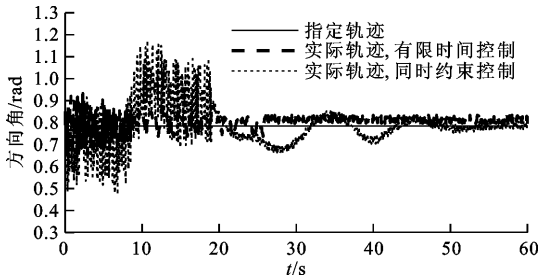


图 14 方向角轨迹跟踪曲线实验结果

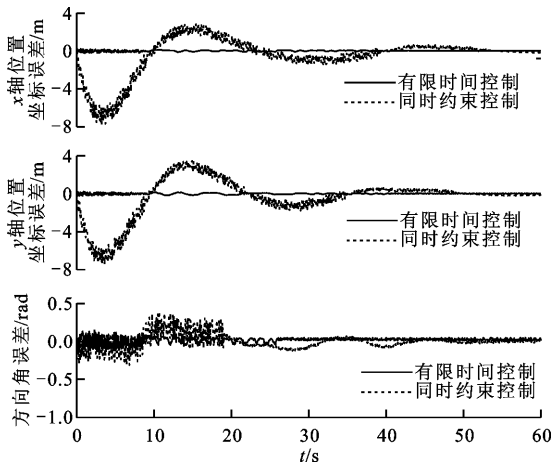


图 15 轨迹跟踪误差曲线实验结果

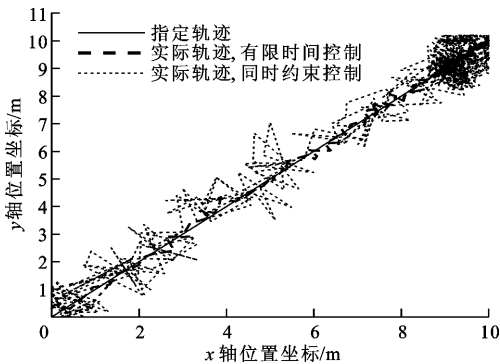


图 16 路径跟踪曲线实验结果

从图 12~14 可以看出,有限时间控制使 ODW 系统在有限时间内实现了对指定轨迹的稳定跟踪,同时约束控制不能使 ODW 实现轨迹跟踪。由此,本文设计的有限时间控制对抑制死区的有效性得到了证明。从图 15 可以看出,有限时间控制能快速地使跟踪误差趋向于 0,提高了跟踪精度,同时约束控制使系统存在较大的跟踪误差。从图 16 可以看出:有限时间控制在实际应用中能使 ODW 较精确地跟踪医生指定的训练轨迹,避免了暂态运动阶段产生较大的跟踪误差,保障了康复者的安全;同时约束控制器在实际中不能使 ODW 跟踪医生指定的训练轨迹,过大的跟踪误差将威胁康复者的安全。

5 结 论

本文研究了 ODW 具有死区特性的有限时间跟踪控制问题,提出了一种反步有限时间控制器设计方法及死区宽度自适应估计方法,在考虑死区的情形下进行了仿真和实验研究,得出主要结论如下。

(1)针对系统未知死区,提出了死区宽度自适应估计方法,从而获得死区信息并对其进行补偿,有效抑制了死区对系统跟踪性能的影响,并且避免了系统发生极限环振荡。

(2)提出了反步有限时间控制方法,确保跟踪误差系统在有限时间内达到稳定。基于 Lyapunov 有限时间稳定理论,验证了跟踪误差系统的有限时间稳定性。

(3)与速度和加速度同时约束的控制方法进行了仿真和实验对比分析,本文方法大约在 8 s 后使系统的跟踪误差趋向于 0,ODW 在有限时间内实现了对指定轨迹的稳定跟踪,而速度和加速度同时约束的控制方法不能使 ODW 稳定地跟踪训练轨迹,无法解决系统的死区问题。本文设计的控制器能使 ODW 安全地帮助康复者进行步行训练。

参考文献:

- [1] MENG W, LIU Q, ZHOU Z D, et al. Recent development of mechanisms and control strategies for robot-assisted lower limb rehabilitation [J]. *Mechatronics*, 2015, 31: 132-145.
- [2] FATEH M M, KHOSHDEL V. Voltage-based adaptive impedance force control for a lower-limb rehabilitation robot [J]. *Advanced Robotics*, 2015, 29(15): 961-971.
- [3] SANZMERODIO D, CESTARI M, AREVALO J C, et al. Generation and control of adaptive gaits in lower-limb exoskeletons for motion assistance [J]. *Advanced Robotics*, 2014, 28(5): 329-338.
- [4] SUN P, WANG S Y. Redundant input safety tracking for omnidirectional rehabilitative training walker with control constraints [J]. *Asian Journal of Control*, 2017, 19(1): 116-130.
- [5] YUN D, KHAN A M, YAN R J, et al. Handling subject arm uncertainties for upper limb rehabilitation robot using robust sliding mode control [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2016, 17(3): 355-362.
- [6] WEN Z, QIAN J W, SHEN L Y, et al. Experimental research on trajectory control of walking rehabilitation training robot [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 187: 177-185.
- [7] HU C X, YAO B, WANG Q F. Adaptive robust precision motion control of systems with unknown input dead-zones: a case study with comparative experiments [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(6): 2454-2464.
- [8] 杨航, 刘凌, 倪骏康, 等. 双关节刚性机器人自适应 BP 神经网络算法 [J]. *西安交通大学学报*, 2018, 52(1): 129-135, 164.
YANG Hang, LIU Ling, NI Junkang, et al. An adaptive BP neural network algorithm for 2-joint rigid robots [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2018, 52(1): 129-135, 164.
- [9] IBRIR S, XIE W F, SU C Y. Adaptive tracking of nonlinear systems with non-symmetric dead-zone input [J]. *Automatica*, 2007, 43(3): 522-530.
- [10] ZUO Z Y, JU X L, DING Z T. Control of gear transmission servo systems with asymmetric deadzone non-linearity [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 24(4): 1472-1479.
- [11] SHI Z G, ZUO Z Y. Backstepping control for gear transmission servo systems with backlash nonlinearity [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, 12(2): 752-757.
- [12] YU J P, ZHAO L, YU H S, et al. Fuzzy finite-time command filtered control of nonlinear systems with input saturation [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(8): 2378-2387.
- [13] YU J P, SHI P, ZHAO L. Finite-time command filtered backstepping control for a class of nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2018, 92: 173-180.
- [14] LIU H T, ZHANG T. Adaptive neural network finite-time control for uncertain robotic manipulators [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, 75(3): 363-377.
- [15] NA J, MAHYUDDIN M N, HERRMANN G, et al. Robust adaptive finite time parameter estimation and control for robotic systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(16): 3045-3071.
- [16] VAN M, GE S S, REN H L. Finite time fault tolerant control for robot manipulators using time delay estimation and continuous nonsingular fast terminal sliding mode control [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(7): 1681-1693.

(下转第 74 页)

- nology, 2019(18): 170-173.
- [6] 王凌峰, 朱小春, 刘宏江, 等. 汽油机停缸技术的燃油经济性研究 [J]. 内燃机, 2019(2): 55-57.
WANG Lingfeng, ZHU Xiaochun, LIU Hongjiang, et al. Study on performance of gasoline engine with cylinder deactivation [J]. Internal Combustion Engines, 2019(2): 55-57.
- [7] KURUPPU C, PESIRIDIS A, RAJOO S. Investigation of cylinder deactivation and variable valve actuation on gasoline engine performance; SAE Paper 2014-01-1170 [R]. New York, USA: SAE, 2014.
- [8] ZHAO Jinxing, XI Qingyuan, WANG Shuwen, et al. Improving the partial-load fuel economy of 4-cylinder SI engines by combining variable valve timing and cylinder-deactivation through double intake manifolds [J]. Applied Thermal Engineering, 2018, 141: 245-256.
- [9] BATES B, DOSDALL J, SMITH D. Variable displacement by engine valve control; SAE Paper 780145 [R]. New York, USA: SAE, 1978.
- [10] MUELLER R, UITVLUGT M. Valve selector hardware; SAE Paper 780146 [R]. New York, USA: SAE, 1978.
- [11] FUJIWARA M, KUMAGA K, SEGAWA M, et al. Development of a 6-cylinder gasoline engine with new variable cylinder management technology; SAE Paper 2008-01-0610 [R]. New York, USA: SAE, 2008.
- [12] HUBER R, KLUMPP P, ULBRICH H. Dynamic analysis of the Audi valvelift system [J]. SAE International Journal of Engines, 2010, 3(1): 839-849.
- [13] 韩宗奇. 轿车发动机变工作排量技术与应用研究 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2010.
- [14] CHOI M, KWAK Y-H, ROTH D B, et al. Synergies of cooled external EGR, water injection, miller valve events and cylinder deactivation for the improvement of fuel economy on a turbocharged-GDI engine; part 2 Engine testing; SAE Paper 2019-01-0242 [R]. New York, USA: SAE, 2019.
- [15] MUHAMAD S M, ABDUL A A, ABDUL L Z, et al. Investigation of cylinder deactivation (CDA) strategies on part load conditions; SAE Paper 2014-01-2549 [R]. New York, USA: SAE, 2014.

(编辑 荆树蓉)

(上接第8页)

- [17] CHANG H B, SUN P, WANG S Y. Output tracking control for an omnidirectional rehabilitative training walker with incomplete measurements and random parameters [J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(12): 2509-2521.
- [18] SUN P, WANG S Y, KARIMI H R. Robust redundant input reliable tracking control for omnidirectional rehabilitative training walker [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 1-10.
- [19] PARK S H, HAN S I. Robust-tracking control for robot manipulator with deadzone and friction using backstepping and RFNN controller [J]. IET Control Theory and Applications, 2011, 5(12): 1397-1417.
- [20] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems [J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2000, 38(3): 751-766.
- [21] 孙平. 不确定康复训练机器人速度与加速度同时约束的跟踪控制 [J]. 北京理工大学学报, 2018, 38(10): 1067-1072.
SUN Ping. Tracking control for uncertain rehabilitative training walker with velocity and acceleration simultaneous constraints [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2018, 38(10): 1067-1072.

(编辑 陶晴)